

TIETOA ONGELMAJAKSOISTA

Tässä olevia tehtäväsivuja voi käyttää sellaisenaan tai niitä voi vapaasti muokata ja soveltaa juuri siihen aikaan tunnista, joka on käytettävissä. Joskus yhdellä tunnilla voidaan tehdä useampia vaiheita ja melko usein niihin voidaan käyttää 10–15 minuuttia vaikkapa neljän eri tunnin aikana, ja tämä voi koskea yhtä tuntia viikossa neljän viikon ajan. Vaiheita voi myös lisätä tai poistaa, jos ne löytyvät jo materiaalista. Joskus voidaan käyttää jaksoja ”uudelta polulta” tai ”korkeammalta tasolta”, kun kommentoidaan sitä, mitä tapahtui viimeksi, käydään läpi ratkaisuja ja jatketaan uudella osatehtävällä. Jaksot on ryhmitelty matematiikan osa-alueiden mukaan, ja yleiskatsaus ongelmanratkaisustrategioihin helpottaa sopivan jakson valintaa kullekin kurssille.

ONGELMAJAKSOT

Tässä kokoelmassa on 16 ongelmajaksoa jaoteltuna niiden matematiikan osa-alueiden mukaan, joihin ne kuuluvat. Osa kuuluu kahteen osa-alueeseen. Taulukossa oikealla on myös kaksi pääasiallista ongelmanratkaisustrategiaa, joiden käyttämistä jakso harjoittaa.

Luvut ja laskutoimitukset

TR1	Tekijöihin jakaminen 1–50	Systemaattinen koe	Kaava
TR2	Potenssit	Osaongelman ratkaisu	Kaava
TR3	Takaperin työskentely	Takaperin työskentely	Taulukko
TR4	Murtoluvut ja prosenttilaskut Yhtälö	Venn-diagrammi	
TR5	Sekoita oikein	Taulukko	Yhtälö

Yhtälöt (algebra) Katso myös TR4, TR5, P1, G3 ja G5

E1	Kaksi tuntematonta – yksi yhtälö	Yhtälö	Kuva
----	----------------------------------	--------	------

Suhteellisuus (funktiot) Katso myös G3 ja G5

P1	Kirjainlaskenta	Kaavat	Yhtälö
----	-----------------	--------	--------

Geometria Katso myös S1, T1 ja T2

G1	Kehä ja pinta-ala Kuvio	Kokonaisuuden hahmottaminen	
G2	Kehä = pinta-ala hahmottaminen	Systemaattinen koe	Kokonaisuuden
G3	Osoitin ja kulmat	Suhteellisuus	Yhtälö
G4	Tikut ja kuviot	Osaongelman ratkaisu	Kuvio
G5	Pituuden ja korkeuden mittaus Yhdenmuotoisuus	Mittaus	

Tilastot ja todennäköisyydet Katso myös T1

S1	Todennäköisyys	Osaongelman ratkaisu	Kaava
----	----------------	----------------------	-------

Sovellukset Katso myös TR5 ja G5

T1	Montako puuta metsässä on? Arviointi		Kaavat
T2	Paljonko on satanut?	Kaavat	Kokonaisuuden hahmottaminen

T3 Montako istuu ruuhkassa? Arviointi

Taulukko

**Strategiat, joita käytetään ongelmanratkaisussa
(usein vain kaksi tärkeintä kullekin jaksolle)**

Takaperin työskentely	TR3
Yhtälö	TR4, TR5, E1, P1, G3
Kuvio, diagrammi	TR4, E1
Kokonaisuuden hahmottaminen	G1, G2, T2
Yhdenmuotoisuus	G5
Osaongelman ratkaiseminen	TR2, G4, S1
Mittaus	E1, G5
Kuvio	TR1, TR2, G1, G4, S1
Suhteellisuus	P1, G3, G5
Säännöt ja kaavat	P1, G4, T1, T2
Systemaattinen kokeilu	TR1, G2
Taulukot ja kaaviot	TR3, TR5, T3, G4
Arviointi	T1, T3

TR1 Tekijöihin jakaminen 1–50

Vaihe 1

Opettaja esittelee teeman ja käy läpi lukujen 1–16 tekijöihin jakamisen yhdessä oppilaiden kanssa. Opettaja kirjoittaa taululle esimerkiksi $11 = 11$, $12 = 3 \cdot 2 \cdot 2$, $13 = 13$, $14 = 7 \cdot 2$ jne. ja oppilaat kirjoittavat saman sarakkeisiin vihon viimeiselle sivulle. Ajatuksena on, että he voivat myöhemmin tarkastaa vihostaan lukujen tekijöihin jakamisen.

Vaihe 2

Oppilaat saavat paperit, joiden parissa työskentelevät ryhmissä (katso tehtäväsiivu jäljempänä). Painotus on luvuilla 17–32 ja he saavat myös tehtäväksi kirjoittaa muistiin, miten rivit voi täyttää järkevästi. Kysymykseen on 2 tai 3 hyvää vastausta, esimerkiksi kertotaulun hyödyntäminen. Ryhmät palauttavat paperit. Oppilaat antavat vastauksensa, ja opettaja kirjoittaa ne taululle. Oppilaat kirjoittavat vihkoihinsa. Järkevistä ideoista keskustellaan.

Vaihe 3

Oppilaat saavat kotitehtäväksi työskennellä lukujen 33–50 parissa ja käyttää järkeviä ideoita. Ajatuksia herättävänä tehtävänä heidän pitää miettiä, milloin voi olla varma, että luku on alkuluku (tai koska ei enää tarvitse kokeilla, voiko lukua jakaa uusilla (alku)luvuilla). Seuraavalla kerralla kotitehtävä tarkastetaan ja kysymys saa vastauksen.

Vaihe 4 (jonkinlainen arviointi ja/tai seuranta)

Nopeat oppilaat voivat myöhemmin laajentaa taulukon (sataan?), kun heillä on aikaa.

Voidaan tehdä lopputesti (yksittäin) tai yhdistää seuraavan kokeen jaksoihin.

Kommentit/kokemukset

- kysymykseen ei ole helppoa vastata, osa oppilaista ei selviä kotitehtävästä vaan pitää sitä vaikeana

- heikompien oppilaiden on hyvä saada säästää tehtävän ratkaisu (vihon takana tai liimattuna erillisellä paperilla reunaan)

Tehtäväsivu luvuista 17–32

17 =

18 =

19 =

20 =

21 =

22 =

23 =

24 =

25 =

26 =

27 =

28 =

29 =

30 =

31 =

32 =

Miten löydetään järkevä tapa päätellä, mitkä tekijät kuuluvat lukuun?

TR2 Potenssit

Vaihe 1

Opettaja esittelee teeman ja näyttää esimerkin (pohjalla 2) siitä, miten työ on ajateltu tehtäväksi. Oppilaat jaetaan ryhmiin ja saavat ratkaista tehtäväsivun 1 tehtävät. Ryhmäjako tehdään yksinkertaisesti: oppilaat riveillä 1 ja 3 kääntyvät ympäri ja muodostavat ryhmän 3:n tai 4:n takanaan istuvan kanssa.

Vaihe 2

Jos samalla tunnilla tai toisella tunnilla on aikaa, voidaan tehdä tehtäväsivu 2 (katso alla). Ryhmien ei tarvitse olla täsmälleen samoja kuin tehtäväsivulla 1. Huomioi erityisesti pyrkimys siihen, että oppilaat keksivät kaavan, jolla suurten eksponenttien tehtävät voi tehdä.

Vaihe 3 (jonkinlainen arviointi ja/tai seuranta)

Vapaasti sen mukaan, paljonko aikaa on käytettävissä kahden ensimmäisen vaiheen seurantaan.

Voidaan tehdä lopputesti (yksittäin) tai yhdistää seuraavan kokeen jaksoihin.

Kommentit/kokemukset

- laskinta voi käyttää tai olla käyttämättä, mielen mukaan
- ei helppoa motivoida oppilaita, mutta he tarvitsevat lisäharjoitusta tällaisten kysymysten parissa...
- oppilailta voi kysyä, miten he hyötyvät tämän jakson tekemisestä

Potenssitehtäväsivu 1

Nimi _____

Laske 3^1

$$3^2$$

$$3^3$$

$$3^4$$

$$3^5$$

$$3^6$$

$$3^7$$

$$3^8$$

Laske 4^1

$$4^2$$

$$4^3$$

$$4^4$$

$$4^5$$

$$4^6$$

$$4^7$$

$$4^8$$

Mitkä loppuluvut ovat vastauksessa,

kun pohjana on 3? _____

kun pohjana on 4? _____

Potenssitehtäväsiivu 2 Nimi _____

Työskennelkää samalla tavalla kuin edellä

_____ ja päättäkää, mitkä loppuluvut

_____ ovat vastauksessa, kun pohjana on 8.

Loppuluvut, kun pohjana on 8:

Millä loppuluvulla on 8^{23} ? Vastaus: _____

Millä loppuluvulla on 8^{2013} ? Vastaus: _____

Perustele vastaus! _____

TR3 Takaperin työskentely

Ongelmanratkaisustrategia esitellään ongelmasta keskustelun avulla:

Koska pitäisi lähteä ajamaan autolla Vaasasta, jotta ehtii Turusta klo 20.00 lähtevälle lautalle? Kaikki todenmukaiset muuttujat (etäisyys, mahd. talvinopeusrajoitukset, varustamon toivomus saapumisajasta, tauot ja oma liikkumavara) on huomioitava. Sen jälkeen vaihe 1 ratkaistaan pienryhmissä.

Vaihe 1

Kaikki oppilaat ratkaisevat pienryhmissä tehtävän ”Muna jääkaapissa”, katso alla. Tukea voidaan tarvita siihen, että kaikki ryhmät ymmärtävät, mitä tarkoitetaan ”munanpuolikkaalla”.

Tehtävä käydään läpi (heti?) jälkeenpäin.

Vaihe 2

Kaikki oppilaat ratkaisevat pienryhmissä tehtävän ”Laskutoimituksia”, katso alla. Voit huomauttaa, että on tärkeää kirjoittaa tulos ylös jokaisen toimituksen jälkeen.

Tehtävä käydään läpi (heti) jälkeenpäin.

Vaihe 3

Oppilaat ratkaisevat pienryhmissä tehtävän ”Vain 14 lukua”, katso alla. Tässä voi myös sopivassa kohdassa ja sopivalla tavalla lisätä (toistaa), miten n ensimmäisen kokonaisluvun summa lasketaan. Tämän voi tehdä myös esivalmisteluna ennen ryhmien aloittamista.

Läpikäynti tarvitaan, kaikki eivät löydä ratkaisua oikean summan 120 kautta.

Vaihe 4

Oppilaat ratkaisevat pienryhmissä tehtävän ”Epätavallinen peli”, katso alla. Ryhmiä voi hetken päästä haastaa tekemään taulukon, jossa jokainen rivi osoittaa tilanteen ennen jokaista kierrosta pelissä, alusta loppuun.

Tehtävä käydään läpi niin, että oikea taulukko tehdään taululle.

Vaihe 5

Oppilaat ratkaisevat yksittäin tehtävän ”Taittele yhtä monta serviettiä”, katso alla. Voit huomauttaa, että taulukosta on varmasti apua.

Tehtävä käydään läpi vähintään niin, että annetaan vastaukset, mutta mielellään myös taulukon kanssa.

Kommentit/kokemukset

- jakso on sijoitettu yhtälöiden johdannon yhteyteen (eräällä tavalla ratkaistaan yhtälöitä työskentelemällä takaperin) mutta sen voi käydä läpi myös muissa yhteyksissä
- en ole itse kokeillut jaksoa oman luokkani kanssa

TAKAPERIN TYÖSKENTELEY

Nimi

Muna jääkaapissa _____

Äiti meni jääkaapille ja otti sieltä puolet kaikista jääkaapissa olevista munista sekä yhden munanpuolikkaan. Sitten isä meni jääkaapille ja otti sieltä puolet kaikista jääkaapissa olevista munista sekä yhden munanpuolikkaan. Ensin poika teki saman ja sitten vielä perheen tytär. Sen jälkeen jääkaapissa ei ollut enää munia.

Montako munaa jääkaapissa oli alun perin?

TAKAPERIN TYÖSKENTELEY

Nimi

Laskutoimitukset

Ajattele lukua. Lisää siihen 17. Kerro summa kolmella. Jaa tulo viidellä.
Vähennä osamäärästä 11 ja erotus on 13. Mikä oli alkuperäinen luku?

Ratkaise tehtävä ensin työskentelemällä takaperin ja tee mainitut
laskutoimitukset. Tarkasta vastaus sitten yhtälön avulla.

TAKAPERIN TYÖSKENTELEY

Nimi

Vain 14 lukua

Palindromi on merkkijono, joka luetaan samalla tavalla niin vasemmalta kuin oikealtakin päin. Esimerkiksi 77, 727 ja 7227 ovat palindromeja.

Erään ryhmän oppilaat saivat tehtäväksi laskea yhteen 15 ensimmäistä positiivista kokonaislukua. He yllättivät opettajansa antamalla vastaukseksi palindromin, mutta vastaus ei ollut oikea. He olivat käyttäneet laskinta ja tehneet näppäilyvirheen niin, että yksi luku jäi välistä.

Minkä luvun yli he hyppäsivät?

TAKAPERIN TYÖSKENTELY

Nimi

Epätavallinen peli

Anne, Pekka ja Milla pelaavat epätavallista peliä, jossa heillä on aluksi tietty määrä pelinappuloita (rahan sijaan). Jokaisen pelikierroksen häviäjä antaa kierroksen päätyttyä molemmille muille pelaajille yhtä monta pelinappulaa kuin heillä (kullakin) oli aiemmin.

Ensimmäisellä kierroksella Anne hävisi ja maksoi sekä Pekalle että Millalle pelinappuloita. Toisella kierroksella Pekka hävisi ja kolmannella kierroksella Milla, ja molemmat maksoivat toisille. Kolmannen kierroksen jälkeen he laskivat tilanteen ja huomasivat, että kaikilla oli 16 pelinappulaa.

Kuka oli voittaja ja kuka hävisi pelin?

TAKAPERIN TYÖSKENTELY

Nimi

Taittele yhtä monta serviettii

Arto, Miia ja Kalle taittelevat serviettejä juhlia varten. Arton mielestä hänen taittelemattomien serviettiensä pino oli korkeampi kuin toisten ja siksi hän siirsi 8 serviettii omasta pinostaan Miian pinoon. Silloin Miian mielestä hänellä oli enemmän töitä kuin muilla, joten hän siirsi 5 taittelematonta serviettii omasta pinostaan Kallen pinoon. Tuolloin Kallen mielestä hänellä oli liikaa serviettejä, joten hän siirsi 2 taittelematonta serviettii omasta pinostaan Arton pinoon. Tarkastuksen jälkeen kaikilla oli nyt 30 taittelematonta serviettii omassa pinossaan.

Miten Arton olisi pitänyt toimia, jotta kaikilla olisi heti alussa ollut 30 taittelematonta serviettii omassa pinossaan?

TR4 Murtoluvut ja prosenttilaskut

Vaihe 1 Kaikki oppilaat ratkaisevat seuraavan tehtävän pienryhmissä ja palauttavat ratkaisun:

Luokan oppilaista 70 % pitää matematiikasta, 60 % englannista ja 50 % molemmista aineista. Moniko luokan 30 oppilaasta ei pidä kummastakaan aineesta? (324 kappaleessa 1.9 Pi8:ssa)

Keskustelua tehtävästä. Opettaja kertoo mahdollisuudesta käyttää kahta ympyrää apuna!

Vaihe 2

Oppilaat ratkaisevat kahdessa ryhmässä tehtävän ”Murtoluvut ja prosenttilaskut 1”, katso alla. Opettaja muistuttaa, että ympyröitä voi käyttää apuna.

Keskustelua tehtävästä. Opettaja kertoo, että joskus ympyröitä voi olla myös kolme!

Vaihe 3

Opettaja tekee gallupin siitä, keillä on kotona kissa, koira tai muu kotieläin. Opettaja kirjoittaa taululle luvut luokista Koira, Kissa ja Muu (riveille allekkain). Opettaja kysyy vielä, kellä on kissa ja koira jne., ja merkitsee luvut luokkiin Kissa&Koira, Kissa&Muu ja Koira&Muu ja lopuksi luvut luokkaan Kissa&Koira&Muu. Kaikki merkitään taulun riveille allekkain.

Oppilaat jaetaan pienryhmiin ja he saavat selvittää, monellako ei ole kotieläintä kotona.

Tehtävä käydään heti läpi: luonnollisesti oikea vastaus tarkastetaan nostettujen käsien laskemisella.

Vaihe 4

Oppilaat tekevät pienryhmissä tehtävän ”Matkalla Pohjolassa”, katso alla. (Voit myös kehittää oppilaiden omia tehtäviä tai käyttää niitä, jotka ovat paperilla (aito tutkimus!).)

Lyhyt keskustelu tehtävästä.

Vaihe 5

Oppilaat ratkaisevat yksittäin tehtävän ”Murtoluvut ja prosenttilaskut 2”, katso alla.

Kommentit/kokemukset

- kaikki vaiheet tehtiin eri viikoilla, aikaa käytettiin noin 10–20 minuuttia kerralla.
- oppilaat kokivat, että tehtävät koskivat heitä itseään, erityisesti vaihe 3 oli suosittu
- yllättävän harva osasi vaiheen 5 yksilötehtävän (”pitääkö aina käyttää ympyröitä?”)

Tässä voisi auttaa, jos vaiheen 5 kaltainen vaihe olisi jo aiemmin (ryhmissä) tai jos vaihe 5 olisi yksinkertaisempaa versiona ja tänä vaikeampana versiona (jonka saisivat ne, jotka ehtivät),

MURTOLUVUT JA PROSENTTILASKUT

Nimi

Murtoluvut ja prosenttilaskut 1

8. luokalla eräässä koulussa tehtiin tutkimus, jonka mukaan $\frac{4}{5}$ kaikista oppilaista

tykkäsi tehdä töitä tietokoneella. Näistä 75 % piti matematiikasta.

Niistä, jotka eivät pitäneet matematiikasta, kaksi kertaa enemmän oppilaita tykkäsi tehdä

töitä tietokoneella kuin ei tykännyt.

Montako oppilasta on voinut pitää matematiikasta, jos tiedämme, että 8. luokalla on yli 50 mutta alle 100 oppilasta?

MURTOLUVUT JA PROSENTTILASKUT

Nimi

Matkalla Pohjolassa

Tutkimuksessa, johon osallistu 78 oppilasta, selvisi, että kuluvan vuoden aikana näin monta oppilasta oli käynyt Ruotsissa (R), Norjassa (N) ja Tanskassa (T):

R 49

N 15

T 22

R ja N 12

R ja T 18

N ja T6

R, N ja T 5

1. Moniko oppilas ei ole kuluvan vuoden aikana käynyt missään näistä kolmesta

Pohjoismaasta?

Vastaus: _____

Ohje: tee kolmen ympyrän kaavio, jossa jokaisella maalla on oma ympyrä ja kirjoita luvut jokaiselle alueelle...

2. Miten suuri osa on käynyt Ruotsissa ja Tanskassa mutta ei Norjassa

Kaikista tutkimuksen oppilaista? (Anna vastaus supistettuna murtolukuna.)

Vastaus: _____

MURTOLUVUT JA PROSENTTILASKUT

Nimi

Murtoluvut ja prosenttilaskut 2

25 oppilaan luokassa tehtiin tutkimus siitä, montako

prosenttia oppilaista voisi kuvitella syövänsä välipalaksi leipää (L),

hedelmiä (H) tai jogurttia (J). Tulos:

L 48 %

H 64 %

J 32 %

Koska oli mahdollista valita kaksi tai kolme vaihtoehtoa, sai

L ja H 32 %

L ja J 24 %

H ja J 28 % äänistä.

Montako prosenttia oppilaista ei äänestänyt mitään kolmesta vaihtoehdosta, jos tiedetään, että neljäsosa sekä leipää että hedelmiä äänestäneistä oppilaista ei äänestänyt jogurttia?

Vastaus:

TR5 Sekoita oikein

Vaihe 1

Kaikki oppilaat ratkaisevat tehtävän ”Sekoita oikein 1”, katso alla. Oppilaat jaetaan pienryhmiin.

(Tehtävä = tehtävä 334 kappaleessa 1.9 pi9:ssä)

Tehtävän läpikäynti.

Vaihe 2

Oppilaat ratkaisevat pienryhmissä tehtävän ”Sekoita oikein 2”, katso alla. Oppilaat saavat mahdollisuuden keksiä itse, miten saman tehtävän voi ratkaista taulukon avulla.

Tehtävän huolellinen läpikäynti.

Vaihe 3

Oppilaat ratkaisevat yksittäin tehtävän ”Sekoita oikein 3”, katso alla. Oppilaiden on nyt itse käytettävä taulukkoa. Tietyn ajan jälkeen vaihdetaan paperiin 3 T, jossa on valmis taulukko täytettäväksi.

Tehtävän läpikäynti.

Vaihe 4

Mahd. seuranta seuraavassa kokeessa tai testissä muutaman kuukauden päästä.

Kommentit/kokemukset

- kaikki vaiheet tehtiin eri päivinä (viikoilla), aikaa käytettiin noin 10–20 minuuttia?
- yksi ryhmä selvisi vaiheesta 1 mutta ei vaiheesta 2, toisella ryhmällä meni päinvastoin
- kiinnostavaa vaiheessa 3, että oikeiden vastausten määrä kasvoi, kun paperi 3T jaettiin

Sekoita oikein 1

Nimi _____

Kolme litraa 20-prosenttista ja kaksi litraa 10-prosenttista sokeriliuosta sekoitetaan yhteen.

Laske uuden liuoksen sokeripitoisuus seuraavien osakysymysten avulla:

a) paljonko (puhdasta) sokeria on 20-prosenttisessä liuoksessa?

b) paljonko (puhdasta) sokeria on 10-prosenttisessä liuoksessa?

c) paljonko (puhdasta) sokeria on molemmissa liuoksissa yhteensä?

d) montako prosenttia puhdas sokeri muodostaa liuoksista sekoituksen jälkeen?

Sekoita oikein 2

Nimi _____

Kolme litraa 20-prosenttista ja kaksi litraa 10-prosenttista sokeriliuosta sekoitetaan yhteen.

Laske uuden liuoksen sokeripitoisuus alla olevan taulukon avulla.

Hyviä vinkkejä:

1. Täytä kaksi taulukon ensimmäistä riviä saamillasi tiedoilla tai voit tehdä laskun

2. Lisää se, mitä voit lisätä, ja merkitse x siihen, mitä et voi lisätä
3. Ratkaise yhtälö, jonka voit muodostaa, kun lasket alimmalla rivillä samanlaisen prosenttilaskun kuin ylemmillä riveillä

Sekoita oikein	Liuoksen määrä	Sokeripitoisuus	Puhtaan sokerin määrä
20-prosenttinen liuos			
10-prosenttinen liuos			
Uusi liuos			

Sekoita oikein 3

Nimi _____

Kaksi litraa 20-prosenttista ja kuusi litraa 10-prosenttista sokeriliuosta sekoitetaan yhteen.

Laske uuden liuoksen sokeripitoisuus taulukon avulla.

Sekoita oikein 3

Nimi _____

Kaksi litraa 20-prosenttista ja kuusi litraa 10-prosenttista sokeriliuosta sekoitetaan yhteen.

Laske uuden liuoksen sokeripitoisuus taulukon avulla.

Sekoita oikein	Liuksen määrä	Sokeripitoisuus	Puhtaan sokerin määrä
20-prosenttinen liuos			
10-prosenttinen liuos			
Uusi liuos			

E1 Kaksi tuntematonta, vain yksi yhtälö

Vaihe 1

Jakson alussa mitataan kaikkien oppilaiden askelparien mitta. (Jos tämä on jo tehty kohdassa G5, tätä ei tarvitse toistaa vaan muistutetaan siitä.) Oppilaat saavat kävellä tavallista

kävelyvauhtia 20 askelparin verran. Askelparit lasketaan niin, että aloitetaan vasemmalla jalalla ja lasketaan, montako kertaa oikea jalka ottaa maahan. Jakamalla kävelty etäisyys 40:llä saadaan oppilaan askelpituus (tai jakamalla 20:llä saadaan askelparin pituus).

Opettaja johtaa koetta (ulkona). Sisällä voi hyvin käydä vaiheen läpi esimerkiksi sen osoittamiseksi, että kaikilla on eripituinen askel.

Vaihe 2

Oppilaat työskentelevät pienryhmissä ja saavat tehtäväksi keksiä, miten yhdellä yhtälöllä voi ratkaista kaksi tuntematonta suuretta. Ajatuksena on, että toista tuntematonta ei oikeastaan tarvita, jos tiedetään, että ” $x + y = 70$ ”.

Osa ryhmistä voi tarvita apua... Käydään tehtävä läpi jälkeinpäin.

Vaihe 3

Oppilaat työskentelevät pienryhmissä ja saavat tehtäväksi ratkaista ongelman ilman yhtälöä. Ajatuksena on keksiä esimerkiksi, montako porsasta jalkojen määrän perusteella on, jos ensin vähennetään kaksi kertaa päiden määrä. Oppilaiden on piirrettävä kuvia!

Osa ryhmistä voi tarvita tässäkin apua... Käydään tehtävä läpi jälkeinpäin.

Vaihe 4

Oppilaat työskentelevät pienryhmissä ja ratkaisevat klassisen ongelman yhtälön avulla.

Läpikäynti.

Vaihe 5

Oppilaat työskentelevät pienryhmissä ja ratkaisevat klassisen ongelman ilman yhtälöä.

Läpikäynti.

Kommentit/kokemukset

- osa käytännöllistä harjoittelua, jos vaihe 1 tehdään ulkona, ajankäyttö on harvoin tehokasta
- hieno tilaisuus jakaa kokeellista materiaalia vaiheessa 5 (tai aiemmin haluttaessa)
- yhtälön kanssa ja ilman ratkaistavien tehtävien järjestystä voi vaihdella vaiheissa 2–5
- sopii lopetettavaksi arviointivaiheeseen 6 (sekä yhtälön kanssa että ilman sitä?)

KAKSI TUNTEMATONTA, VAIN YKSI YHTÄLÖ

ASKELPARIEN MITTAUS

Kävele normaalia kävelyvauhtia 20 askelparin verran. Askelparit lasketaan niin, että aloitetaan vasemmalla jalalla ja lasketaan, montako kertaa oikea jalka ottaa maahan. Jakamalla mitatun matkan 40:llä jokainen oppilas voi laskea askelpituutensa (tai jakamalla 20:llä askelparin pituuden). Tämän jälkeen kaikki oppilaat tietävät oman askelpituutensa tai askelparinsa pituuden.

Nimi

Yhden askelparin pituus

KAKSI TUNTEMATONTA, VAIN YKSI YHTÄLÖ

60 METRIÄ 70 ASKELEELLA

Nimi _____

Kaksi oppilasta A ja B ovat huomanneet, että he ottavat erimittaisia askeleita kävellessään. Tarkastusmittauksen mukaan A ottaa 75 cm:n pituisia askelia ja B 90 cm:n pituisia askelia. Montako askelta A:n ja B:n kummankin pitää ottaa, että he pääsevät kävelemään 60 metrin matkan yhteensä 70 askeleella?

(Ajatellaan, että he seisovat 60 metrin päässä toisistaan ja kävelevät toisiaan vastaan, kunnes kohtaavat.)

Tehtävänä on oikeastaan ratkaista **yhdellä** yhtälöllä ongelma, jossa on **kaksi** tuntematonta!

KAKSI TUNTEMATONTA, VAIN YKSI YHTÄLÖ

60 METRIÄ 70 ASKELEELLA

Nimi _____

Kaksi oppilasta, A ja B, ovat huomanneet, että he ottavat erimittaisia askeleita kävellessään. Tarkastusmittauksen mukaan A ottaa 75 cm:n pituisia askelia ja B 90 cm:n pituisia askelia. Montako askelta A:n ja B:n kummankin pitää ottaa, että he pääsevät kävelemään 60 metrin matkan yhteensä 70 askeleella?

(Ajatellaan, että he seisovat 60 metrin päässä toisistaan ja kävelevät toisiaan vastaan, kunnes kohtaavat.)

Tehtävänä on ratkaista ongelma käyttämättä yhtälöä!

KAKSI TUNTEMATONTA, VAIN YKSI YHTÄLÖ

JALKOJEN JA PÄIDEN MÄÄRÄ HAASSA

Nimi _____

Maanviljelijällä on sekä porsaita että kanoja. Kun hän laski päiden ja jalkojen lukumäärän, haassa oli 20 päätä ja 56 jalkaa. Montako porsasta ja montako kanaa haassa oli? (Tämä on klassikko-ongelma!)

Tehtävänä on ratkaista ongelma käyttämällä yhtälöä!

KAKSI TUNTEMATONTA, VAIN YKSI YHTÄLÖ

JALKOJEN JA PÄIDEN MÄÄRÄ HAASSA

Nimi _____

Maanviljelijällä on sekä porsaita että kanoja. Kun hän laski päiden ja jalkojen lukumäärän, haassa oli 20 päätä ja 56 jalkaa. Montako porsasta ja montako kanaa haassa oli? (Tämä on klassikko-ongelma!)

Tehtävänä on ratkaista ongelma käyttämättä yhtälöä!

Sen sijaan saatte (käyttää opettajan antamaa materiaalia ja) piirtää vastauksen paperille!

Yksi pallo vastaa yhtä päätä ja yksi viiva vastaa yhtä jalkaa.

P1 Kirjainlaskenta

Vaihe 1

Jakson johdannossa on tuttu konteksti ja näin myös tuttu yhtälö: $s = v \cdot t$. Oppilaat ratkaisevat ongelman pienryhmissä.

Opettaja voi jossain määrin ennen vaihetta 2 keskustella tehtävästä lyhyesti ja kertoa, että oppilaat saavat tehdä useita tehtäviä, joihin kuuluu kaava. Tässä voi painottaa, että t on yksin vasemmalla puolella, kun halutaan laskea aikaa ratkaisematta yhtälöä.

Vaihe 2

Oppilaat työskentelevät pienryhmissä, ja konteksti on uusi mutta ei vieras. Tällä kertaa kaava on $V = \pi r^2 \cdot h$. Tehtävä on samantyyppinen kuin vaiheessa 1, mutta nyt mukaan tulee tekijä 2π ja lisäksi yksiköiden litra ja dm^3 välinen yhteys.

Opettaja antaa oikean vastauksen ja kommentoi tarvittaessa.

Vaihe 3

Oppilaat jatkavat pienryhmissä. Kaava on nyt luultavasti kaikille uusi, mikä voi olla hankalaa osalle oppilaista.

Osa ryhmistä voi tarvita tässä apua... Käydään tehtävä läpi jälkeenpäin.

Vaihe 4

Tätä vaihetta on tarkoitus käyttää arvioinnin pohjana ja oppilaat ratkaisevat tehtävän yksittäin.

Seuranta pitää tehdä. Ajatuksena on, että tehtävän osa 2 on haastavampi.

Kommentit/kokemukset

- ajatus on, että oppilaat tottuvat kaavojen kanssa työskentelyyn ja luovat itse uuden kaavan
- on hyvä, että kontekstit ovat tuttuja (on muitakin tuttuja, ajankohtaisia aiheita)
- osa käyttää mielellään kaavaa yhdessä versiossa ja ratkaisee tehtäviä yhtälöllä
- kannattaa ehkä lisätä yksi lisävaihe ennen yksilöarviointia

KIRJAINLASKENTA

MATKA, NOPEUS JA AIKA

Nimi _____

1. Kuinka pitkälle pääsee, jos ajaa autolla 4,5 tuntia keskinopeudella 75 km/h?

2. Miten kauan pitäisi ajaa samalla keskinopeudella, että kulkee 435 km? (Vastaus tunteina ja minuutteina.)

3. Mitä kaavaa käytetään kohdassa 1. ? Muodosta kaava, jolla voi laskea ajan kuten kohdassa 2. !

KIRJAINLASKENTA

LIMSATÖLKKI

Nimi _____

1. Limsatölkki on sylinterin muotoinen. Pohjan säde on 6,4 cm ja tölkin korkeus on 11 cm. Mikä on tölkin tilavuus? Mitä uskotte, että tölkissä lukee sisällön määrästä?

2. Minkä korkuinen tölkin pitäisi olla, että sen tilavuus olisi 0,5 litraa?
(Vastaus kokonaisina sentteinä.)

3. Mitä kaavaa käytetään kohdassa 1. ? Muodosta kaava, jolla voi laskea korkeuden kuten kohdassa 2. !

KIRJAINLASKENTA

100 METRIÄ PYÖRÄLLÄ

Nimi _____

1. Miten pitkälle voi pyöräillä, jos pyöränrenkas pyörii 50 kierrosta ja renkaan säde

on 34 cm?

2. Montako kierrosta pyöränrenkas pyörii 100 metrin aikana?

Oletetaan, että renkaan säde on taas 34 cm.

3. Mikä renkaan säteen pitäisi olla, että se pyörisi 50 kierrosta 100 metrin matkalla?

4. Mitä kaavaa voimme käyttää kohdassa 1. matkan laskemiseen?

Kirjoita kaava niin, että sitä voi suoraan käyttää myös pyörän säteen laskemiseen.

KIRJAINLASKENTA

LITRAMITTA

Nimi _____

1. Tavallisessa litramitassa pohjan halkaisija on 9,6 cm.

a) Millä kaavalla voit laskea litramitan korkeuden?

b) Laske korkeus ja huomaa, että tarvitaan 0,4 cm:n marginaali, jotta neste ei valu yli, kun mitassa on 1 litra nestettä.

2. Oletetaan, että meillä on erilainen sylinterinmallinen litramitta kuin kohdassa 1.

a) Millä kaavalla voit laskea pohjan halkaisijan, kun mitan korkeus tiedetään?

b) Laske litramitan pohjan halkaisija, kun korkeus on 11 cm.

G1 Kehä ja pinta-ala

Vaihe 1

Opettaja jakaa paperin ilman johdantoa, katso koe 1 alla. Kaikki työskentelevät paperin parissa yksittäin tietyn ajan.

Opettaja kertoo, että kaikki saavat uuden paperin, jossa on sama ongelma, mutta enemmän vinkkejä siihen, miten työskennellä. Kaikki paperit kerätään ja opettaja jakaa uuden paperin, katso koe 2 alla. On tärkeää, että oppilaat, jotka jo saivat hyvän vastauksen, saavat tietää, että heidänkin pitää kirjoittaa, mutta että he saavat lisätehtävän siksi aikaa, kun muut työskentelevät.

Vaihe 2

Opettaja jakaa siis paperin, jossa on koe 2. Kaikki työskentelevät paperin parissa yksittäin tietyn ajan. Kokeessa 2 oppilaat saavat paljon enemmän ohjeita.

Vaihe 3

Opettaja jakaa paperin, jonka mitat ovat 40 cm x 40 cm. Oppilaille kerrotaan, miten paperi pitäisi taitella. Sitten he saavat laskea murtoluvut.

Hieman pidempi läpikäynti on varmasti tarpeen tämän vaiheen jälkeen.

Kommentit/kokemukset

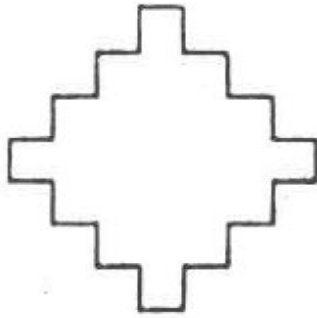
- nyt on todennäköisesti kolmenlaisia oppilaita: he, jotka keksivät oikean vastauksen heti; he, jotka keksivät vastauksen vasta 2. vaiheen ohjauksen avulla, ja he, jotka eivät saa vastausta ohjauksesta huolimatta. Kokemus osoittaa, että kaikkia kolmenlaisia oppilaita on.
- suuri osa oppilaista ei saa täsmällistä vastausta kokeessa 1
- huomaa, että kohtaan ”Kehä = pinta-ala” on selkeä yhteys, eikä tämä koske vain otsikkoa vaan myös tehtävän ohjausta.
- kohdassa ”Kehä pienenee, mutta miten” on ajateltu, että osatehtävien on oltava eriytettyjä, kaikki eivät ehdi tai osaa tehdä sekä tehtävää 1 että 2.
- yhden tai kaksi vaihetta voi tehdä myös pienryhmissä

Koe kehästä ja pinta-alasta 1

Nimi _____

Edessäsi on kuvio, jonka voidaan olettaa olevan säännöllinen. Sen kehä on 56 m. Miten suuri on kuvion pinta-ala?

Kirjoita ylös kaikki tekemäsi laskelmat, niistä voi saada ”osapisteitä”!

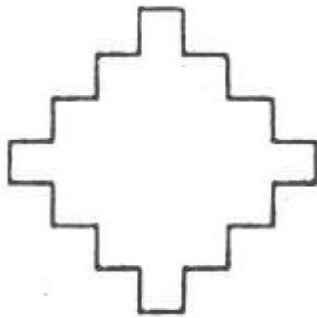


Vastaus: _____

Koe kehästä ja pinta-alasta 2

Nimi _____

Edessäsi on kuvio, jonka voidaan olettaa olevan säännöllinen. Sen kehä on 56 m. (Kirjoita ylös kaikki tekemäsi laskelmat, niistä voi saada osapisteitä!)



Vastaa seuraaviin

kysymyksiin:

1. Miten pitkä kuvion yksi sivu on?

Vastaus: _____

2. Montako pientä neliötä löydät kuvasta?

Vastaus: _____

3. Miten suuri on kuvion pinta-ala?

Vastaus: _____

KEHÄ JA PINTA-ALA

KEHÄ PIENENEE, MUTTA MITEN? Nimi _____

1. Oletetaan, että meillä on neliönmuotoinen paperi, jonka sivu on 40 cm.

a) Taita paperi keskeltä niin, että pinta-ala puolittuu. Nyt kehällä on uusi mitta. Millä

murtoluvulla kerrot aiemman kehän mitan, jotta saat uuden?

b) Taita paperi taas keskeltä niin, että pinta-ala puolittuu (niin, että saat neliön).

Millä murtoluvulla kertomalla saat nyt muodostuneen uuden kehän?

2. Toista taittelu vielä neljä kertaa.

A) Tee taulukko, johon merkitään kehä jokaisen taittelun jälkeen, ja merkitse murtoluvut, joilla saat uuden kehän joka vaiheessa. Mitä kuviota murtoluvut noudattavat?

B) Mitä murtolukua tarvitset, että pääset suoraan lähtötilasta toiseen kehään ja siitä neljänteen ja siitä vielä kuudenteen kehään?

G2 Kehä = pinta-ala

Vaihe 1

Opettaja jakaa paperin ilman johdantoa, katso alla. Kaikki työskentelevät paperin parissa yksittäin tietyn ajan.

Opettaja kertoo, että kaikki saavat uuden paperin, jossa on sama ongelma, mutta enemmän vinkkejä siihen, miten työskennellä. Kaikki paperit kerätään ja opettaja jakaa uuden paperin, katso alla. On tärkeää, että jo hyvän vastauksen saaneet oppilaat tietävät, että heidän odotetaan jatkavan ongelman parissa.

Vaihe 2

Opettaja jakaa uuden paperin. Kaikki työskentelevät paperin parissa yksittäin. Nyt oppilaat saavat huomattavasti enemmän ohjausta sekä lisätehtävän.

Kommentit/kokemukset

- suuri osa oppilaista ei keksi mitään ratkaisua ja osa vaikuttaa tyytyväiseltä löydettyään ratkaisun
- lisätehtävän pitää antaa pohdittavaa niille, jotka kokevat olevansa valmiita
- huomaa, että tehtävään 4 (Kehä ja pinta-ala) on selkeä yhteys, eikä tämä koske vain otsikkoa vaan myös tehtävän ohjausta

KEHÄ = PINTA-ALA

Nimi _____

Etsi mahdollisimman monta seuraavat ehdot täyttävää suorakulmiota:

- * Suorakulmion pituuden ja leveyden on oltava kokonaislukuja!
- * Pinta-alan ja kehän on oltava samoja!

(eli samat luvut vaikka kappaleet ovat tietenkin erilaisia)

KEHÄ = PINTA-ALA (jatkuu)

Nimi

Etsi mahdollisimman monta seuraavat ehdot täyttävää suorakulmiota:

- * Suorakulmion pituuden ja leveyden on oltava kokonaislukuja!
- * Pinta-alan ja kehän on oltava samoja!

(eli samat luvut vaikka kappaleet ovat tietenkin erilaisia)

Johdanto: Oleta ensin, että leveys on yksi ja pituus on 1, 2, 3, 4... ja sitten, että leveys on 2 ja pituus on 2, 3, 4, 5... ja niin edelleen.

Miksi jonkin ajan päästä voi väittää, että enempää ratkaisuja ei ole?

G3 Osoitin ja kulmat

Vaihe 1

Opettaja esittelee teeman ja näyttää esimerkkejä, joissa painotetaan, että kokonainen kierros kellon ympäri on 360° ja pikkuosoitin liikkuu 30° tunnissa. Oppilaat jaetaan ryhmiin ja saavat tehtäväsivun tehtävät ratkaistaviksi, katso alla. Ryhmäjako tehdään yksinkertaisesti: oppilaat riveillä 1 ja 3 kääntyvät ympäri ja muodostavat ryhmän 3:n tai 4:n takanaan istuvan kanssa.

Vaiheen 1 jälkeen on tärkeää keskustella luokassa siitä, mitä on opittu, esim. montako astetta molemmat osoittimet ovat liikkuneet neljänneksessä.

Vaihe 2

Myöhemmällä oppitunnilla ehkä seuraavalla viikolla voidaan tehdä koe (katso alla). Yksittäin tehtävässä kokeessa viimeinen tehtävä on haastava.

Vaihe 3 (jonkinlainen arviointi ja/tai seuranta)

Vapaasti sen mukaan, paljonko aikaa on käytettävissä kahden ensimmäisen vaiheen seurantaan.

Voidaan tehdä lopputesti (yksittäin) tai yhdistää seuraavan kokeen jaksoihin.

Kommentit/kokemukset

- ryhmätyössä oppilaat voivat miettiä asioita itse
- jos ryhmä toimii hyvin, ajatteluvalmius leviää
- keskustelu vaiheen 1 jälkeen on tärkeää heille, jotka eivät olleet ”hyvässä ryhmässä”

- yksittäin tehtävä koe osoitti, että kaikki oikeat määrät voivat löytyä samasta ryhmästä

Tehtäväsivu kulmista

Nimi _____

Miten suuri osoitinten välinen kulma on

a) kun kello on 13.00?

Vastaus: _____

b) kun kello on 13.30?

Vastaus: _____

c) kun kello on 13.15?

Vastaus: _____

d) kun kello on 13.45?

Vastaus: _____

HUOMAUTUS Jos olet epävarma siitä, mitä kulmaa tarkoitetaan, valitse pienempi kahdesta.

Koe kulmista

Nimi _____

Miten suuri osoitinten välinen kulma on

a) kun kello on 11.00?

Vastaus: _____

b) kun kello on 17.00?

Vastaus: _____

c) kun kello on 14.30?

Vastaus: _____

d) kun kello on 15.15?

Vastaus: _____

e) kun kello on 12.45?

Vastaus: _____

f) kun kello on 14.25?

Vastaus: _____

g) kun kello on 17.48?

Vastaus: _____

G4 Tikut ja kuviot

Vaihe 1

Oppilaat saavat päättää, montako tikkua tarvitaan suurempien kuvioiden muodostamiseen. Kysely tehdään yksittäin tai ryhmissä, katso tikkukuvio 1 alla.

Erittäin helppo tehtävä. Halutessaan voi siirtyä heti vaiheeseen 2 ilman keskustelua.

Vaihe 2

Oppilaat saavat päättää, montako tikkua tarvitaan suurempien kuvioiden muodostamiseen. Kysely tehdään yksittäin tai ryhmissä, katso tikkukuvio 2 alla.

Edelleen erittäin helppo tehtävä. Monet kokevat selviävänsä tästä helposti. Siksi tehtävän voi tehdä myös yksittäin.

Vaihe 3

Oppilaita muistutetaan kahdesta aiemmasta tehtävästä ja sitten he saavat yksittäin tai ryhmässä ratkaista vähän hankalamman tehtävän, katso Tilitikkupuortaat 1 alla.

Voidaan keskustella eri tavoista saada vastaus.

Vaihe 4

Oppilaita muistutetaan aiemmista tehtävistä (erityisesti jos edellisestä vaiheesta on useita päiviä) ja sitten he saavat yksittäin tai ryhmässä ratkaista tehtävän, joka näyttää samalta mutta onkin vähän edellistä vaikeampi, katso Tilitikkupuortaat 2 alla.

Ajatuksena on, että oppilaat kehittävät kuvioiden havaitsemiskykyään ja osaavat kuvailla kuviota ilmauksin ja lopulta tehdä laskuja, jotka osoittavat heidän ymmärtävän idean.

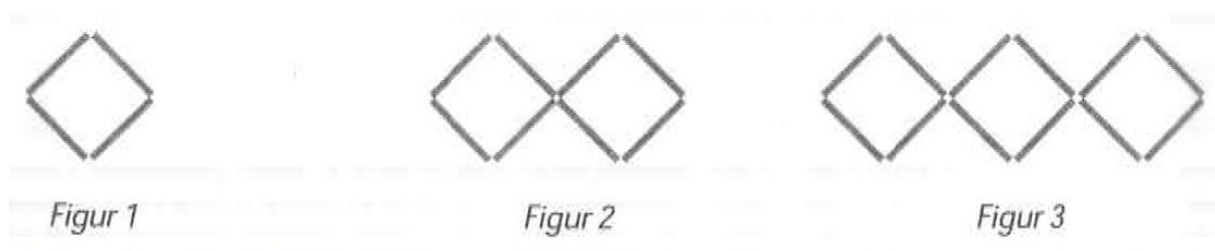
Kommentit/kokemukset

- vaihe 1 ja vaihe 2 sujuu osalta oppilaita nopeasti, mikä pitää huomioida
- tässä voi kokeilla erilaisia tapoja siinä, kuinka tiheästi vaiheiden kanssa edetään

TIKUT JA KUVIOT

TIKKUKUVIO 1

Nimi _____



Kuvitellaan, että nämä kolme kuviota on tehty tulitikuista.

Laske, montako tikkua tarvitaan rakentamaan kuviot numero 4, 5, 10, 20 ja 50.
Merkitse tulokset taulukkoon!

<i>Figurens nummer</i>	1	2	3	4	5	10	20	50
<i>Antal stickor</i>								

Millä seuraavista kaavoista selvität, montako tikkua tarvitaan n :nnen kuvion rakentamiseen? (T on tikkujen määrä ja n on kuvion numero.)

$$T = n + 4$$

$$T = n \cdot 2$$

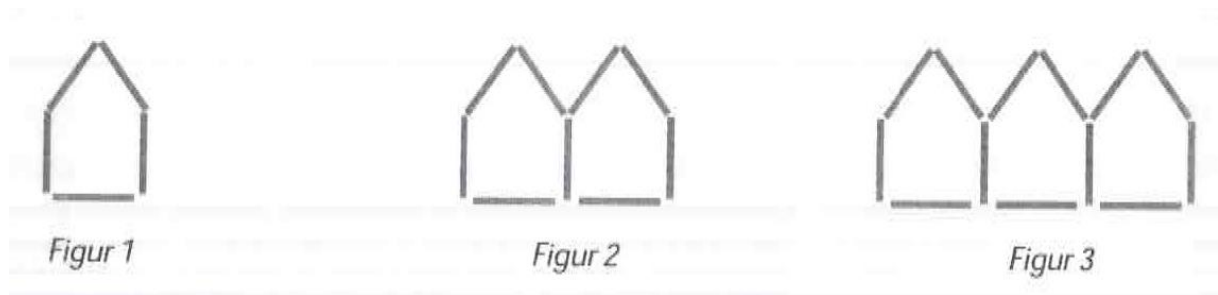
$$T = n \cdot 2 + 2$$

$$T = n \cdot 4$$

TIKUT JA KUVIOT

TIKKUKUVIO 2

Nimi _____



Kuvitellaan, että nämä kolme kuviota on tehty hammastikuista.

Laske, montako tikkua tarvitaan rakentamaan kuviot numero 4, 5, 10, 20 ja 50.
Merkitse tulokset taulukkoon!

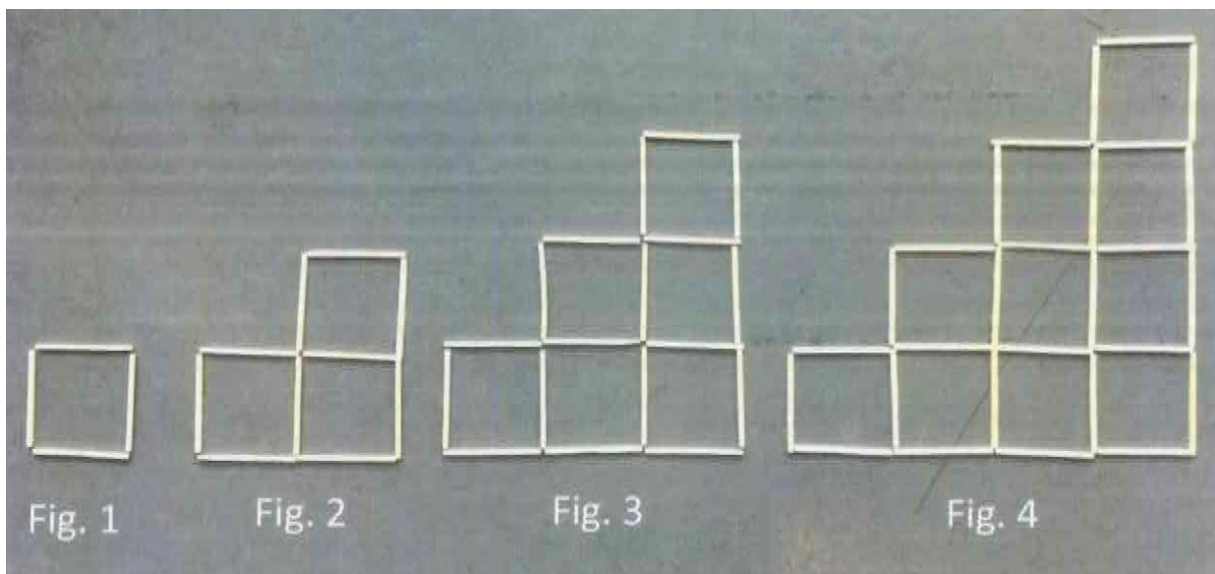
Figurens nummer	1	2	3	4	5	10	20	50
Antal stickor								

Päätä, millä seuraavista kaavoista selvität, montako tikkua tarvitaan n:n kuvion rakentamiseen? (T on tikkujen määrä ja n on kuvion numero.)

TIKUT JA KUVIOT

TULITIKKUPORTAAT 1

Nimi _____



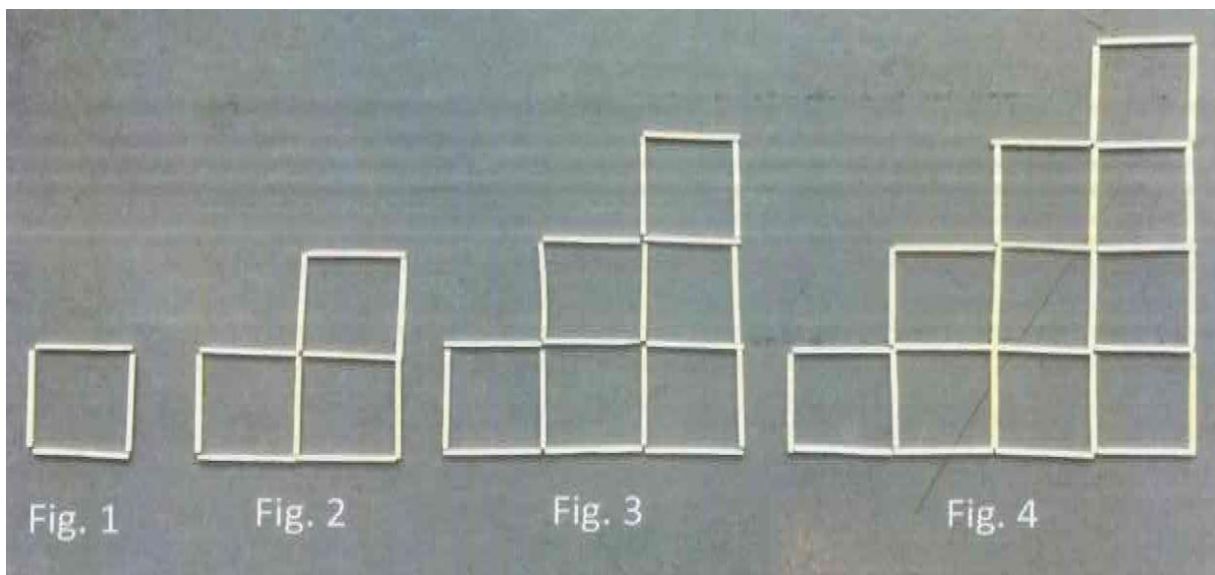
- A Tutki ja määrittele kuvioiden kehä tikkuina.
Kannattaa tehdä taulukko.
- B Määrittele kehä kuvioille numero 5, 10 ja 20.
- C Etsi yhteys kehän tikkujen määrässä ja
kuvioiden numeroissa. Anna vastaus kaavana, jossa T on tikkujen määrä ja n
on

kuvion numero.

TIKUT JA KUVIOT

HAMMASTIKKUPORTAAT 2

Nimi _____



A Tutki ja määrittele jokaisen kuvion tekemiseen tarvittavien tikkujen määrä.

Kannattaa tehdä taulukko.

B Määrittele, paljonko tikkuja tarvitaan kuvioiden numero 5, 10 ja 20 tekemiseen.

C Etsi yhteys kuvioiden rakentamiseen tarvittavien tikkujen määrän ja kuvioiden numeroiden välillä. Anna vastaus kaavana, jossa T on tikkujen määrä ja n on kuvion numero.

G5 Pituuden ja korkeuden mittaus

Vaihe 1

Jakson alussa mitataan kaikkien oppilaiden askelparien mitta. (Jos tämä on jo tehty kohdassa E1, tätä ei tarvitse toistaa vaan muistutetaan siitä.) Oppilaat saavat kävellä tavallista kävelyvauhtia 20 askelparin verran. Askelparit lasketaan niin, että aloitetaan vasemmalla jalalla ja lasketaan, montako kertaa oikea jalka ottaa maahan. Jakamalla kävelty etäisyys 40:llä saadaan oppilaan askelpituus (tai jakamalla 20:llä saadaan askelparin pituus).

Opettaja johtaa koetta (ulkona). Sisällä voi hyvin käydä vaiheen läpi esimerkiksi sen osoittamiseksi, että kaikilla on eripituinen askel.

Vaihe 2

Oppilaat työskentelevät pienryhmissä ja saavat tehtäväksi mitata etäisyys annetusta pisteestä korkealle rakennukselle, puulle tai tornille. Kaikki mittaavat askelparien määrän ja kertovat sen askelparinsa pituudella. Oppilaiden tulosten keskiarvo on ryhmän tulos. Mittanauhalla voidaan ratkaista, kuka mittasi parhaiten (tarkimmin).

Läpikäynti, jossa opettaja voi esimerkiksi paljastaa, mitä mittanauha näytti ja kuka oli paras. Ryhmän tulosta käytetään vaiheessa 3, jos suunnittelu onnistuu!

Vaihe 3

Oppilaat työskentelevät samoissa ryhmissä kuin aiemmin ja mittaavat rakennuksen, puun tai korkean tornin korkeuden. Käytössä on vakiomittainen keppi (esim. 2 m). Tuntemattomalla korkeudella on sama suhde kepin pituuteen kuin etäisyydellä rakennukseen, puuhun tai torniin on etäisyyteen katselijan ja kepin asetuspaikan välillä. Näin katselija näkee kepin pään ja rakennuksen, puun tai tornin suorassa linjassa.

Läpikäynti (sisällä), jossa ryhmien tuloksia voi verrata (jos mitattiin samaa korkeutta).

Vaihe 4

Arviointi (ryhmissä?) uudesta mittauksesta, joka muistuttaa vaiheita 2 ja 3.

Kommentit/kokemukset

- erittäin käytännöllinen harjoitus, ulkona tehtävät vaiheet eivät kovin tehokkaita ajankäytön suhteen
- matemaattisesti voidaan painottaa, että keskiarvojen keskiarvo on lähellä todellista arvoa
- tämä tehtävä vie hieman enemmän aikaa, mielenkiintoista nähdä, miten eri arviot vaikuttavat tulokseen
- mittauksen voi tehdä tarkemmin, jos lisää pari senttiä askelpariin

PITUUDEN JA KORKEUDEN MITTAUS

ASKELPARIEN MITTAUS

Kävele normaalia kävelyvauhtia 20 askelparin verran. Askelparit lasketaan niin, että aloitetaan vasemmalla jalalla ja lasketaan, montako kertaa oikea jalka ottaa maahan. Jakamalla mitatun matkan 40:llä jokainen oppilas voi laskea askelpituutensa (tai jakamalla 20:llä askelparin pituuden). Tämän jälkeen kaikki oppilaat tietävät oman askelpituutensa tai askelparinsa pituuden.

Nimi

Yhden askelparin pituus

PITUUDEN JA KORKEUDEN MITTAUS

ETÄISYYDEN MITTAUS

Mittaa askelparien avulla etäisyys tietystä pisteestä korkealle rakennukselle, puulle tai tornille. Askelparien määrä kerrotaan jokaisen oman askelparin pituudella. Laske sitten kaikkien ryhmän tulosten keskiarvo. Tätä käytetään seuraavassa vaiheessa!

Nimi	Askelparien määrä	Etäisyys
<hr/>	<hr/>	<hr/>
<hr/>	<hr/>	<hr/>
<hr/>	<hr/>	<hr/>

PITUUDEN JA KORKEUDEN MITTAUS

KORKEUDEN LASKEMINEN

Nimi _____

Käytä keppiä, joka asetetaan hieman määrätyn pisteen eteen sen kohteen suuntaan, jonka korkeus halutaan mitata. Mittaa etäisyys määrätystä pisteestä kepin sijoituspisteeseen, kun kohdetta katsova oppilas näkee kepin yläreunan suorassa linjassa mitattavan rakennuksen, puun tai tornin kanssa. Laskekaa korkeus yhdenmuotoisuuden perusteella.

Korkeus on _____

S1 Todennäköisyydet

Vaihe 1

Kaikki oppilaat ratkaisevat tehtävän Kuvio tulitikuilla, katso alla. Oppilaat jaetaan pienryhmiin. Tehtävä on tarkoitettu kertaukseksi seuraavaa vaihetta silmällä pitäen, mutta jos et usko, että oppilaat muistavat tehtävätyypin, sen voi jakaa ja tehdä kahdessa osassa.

Tehtävän läpikäynti.

Vaihe 2

Oppilaat ratkaisevat pienryhmissä tehtävän ”Noppien todennäköisyydet”, katso alla. Oppilaat saavat mahdollisuuden keksiä yleistyksen itse. Ei haittaa, jos he ovat jo tehneet ensimmäisen osan tehtävästä.

Tehtävän läpikäynti. Monet eivät hallitse osaa c), joten siinä edistyneitä voi hyvin kehua.

Vaihe 3

Oppilaat ratkaisevat pienryhmissä tehtävän ”Tikanheitto”, katso alla. Kahden matematiikan osa-alueen yhdistäminen tällä tavalla soveltuu 9. luokan kevätlukukaudelle.

Tehtävän läpikäynti.

Vaihe 4

Oppilaat ratkaisevat pienryhmissä tehtävän ”Veikkaus ja Lotto”, katso alla. Tarkoituksena on antaa oppilaille asiallinen näkemys siitä, miten Veikkaus ja Lotto toimivat.

Tehtävän läpikäynti.

Vaihe 5

Tämän jälkeen oppilaille voi antaa sopivan tehtävän yksittäin tehtäväksi kokeeksi. Se voi olla myös osa seuraavasta kokeesta. Suositeltavaa on käyttää jotain, missä on ”n”, sillä muuntyyppiset tehtävät voivat kuulua kokeeseen joka tapauksessa.

Kommentit/kokemukset

- vaihe 1 tehtiin kahdessa osassa, mutta ryhmät olivat valmiita todella nopeasti...
- Nopanheitto voi tulla myös muissa kohdissa jaksoa
- oppilaat työskentelevät mielellään ryhmissä, mutta on tärkeää, että jaksossa on yksittäin tehtävä vaihe 5
- jakso tehtiin, kun heikosti suoriutuvat oppilaat olivat erityisopettajan luona
- vaiheet voi/pitäisi sijoittaa niin, että ne liittyvät yhteen kurssilla ajankohtaisten asioiden kanssa

TODENNÄKÖISYYDET

Nimi _____

Kuviot tulitikuilla

Montako tulitikkua tarvitaan tekemään kuvio

a) 10 triangeliin

b) 100 triangeliin

c) 1000 triangeliin?

Bild 1

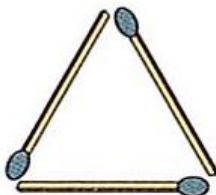


Bild 2

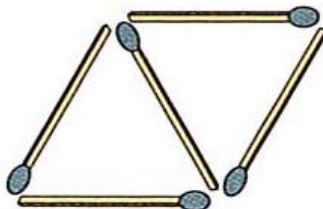
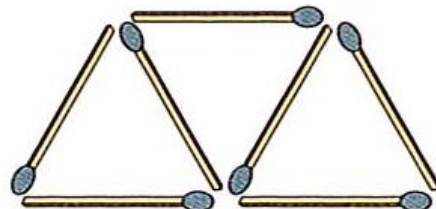
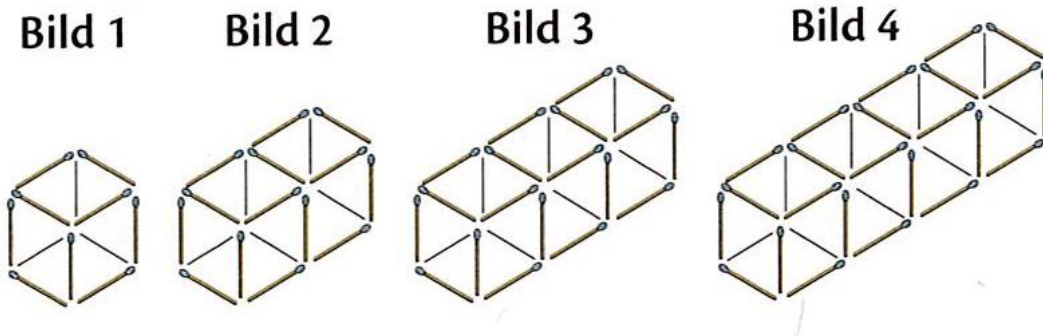


Bild 3



Montako tulitikkua tarvitaan tekemään kuvio

- a) kuvassa nro 5 b) kuvassa nro 50 c) kuvassa nro n ?



TODENNÄKÖISYYDET
Noppien todennäköisyydet

Nimi _____

A) Oletetaan, että heitätte kaksi noppaa. Määrittele todennäköisyys sille, että sama silmäluku tulee molempiin noppiin. Piirrä kuva selkeyttämään vastausta!

A) Oletetaan, että heitätte kolme noppaa. Määrittele todennäköisyys sille, että sama silmäluku tulee kaikkiin noppiin. Perustelee vastaus sanallisesti!

A) Oletetaan, että heitätte n noppaa. Määrittele todennäköisyys sille, että sama silmäluku tulee kaikkiin noppiin.

TODENNÄKÖISYYDET
Veikkaus ja Lotto

Nimi _____

A) Saadakse 13 oikein veikkauksessa on valittava 13 pelissä oikea merkki 1 X 2. Määrittele todennäköisyys saada 13 oikein veikkauksessa!

B) Saadakse 7 oikein lotossa on valittava 7 oikeaa lukua väliltä 1-39. Määrittele todennäköisyys saada 7 oikein lotossa!

TODENNÄKÖISYYDET

Nimi _____

Tikanheitto

Tikkataulussa napakymppin alueen muodostaa ympyrä, jonka säde on 1 cm.

9:llä, 8:lla, 7:llä jne. on oma raita, jonka leveys on 1 cm

ja taulu loppuu heti 1:n alueen reunassa. Tikanheittäjä osuu tauluun kaikilla tikoilla, mutta osumat leviävät tasaisesti ympäri taulua.

A) määrittele todennäköisyys sille, että heittäjä saa vähintään 5 yhdellä heitolla.

A) määrittele todennäköisyys sille, että heittäjä saa tasan 5 yhdellä heitolla.

T1 Montako puuta metsässä on?

Vaihe 1

Oppilaat saavat vastata kyselyyn, jolla selvitetään, miten tuttua metsä (tai siellä oleminen) on heille.

Kyselyyn vastataan yksittäin, katso alla.

Kyselyn jälkeen opettaja esittelee ”projektinimen” ja kertoo, että oppilaat saavat laatia suunnitelman ongelman ratkaisemiseksi ja tavoitteena on hyvä arvio. Samalla kerrataan hehtaareja koskeva kappale ja se, montako neliometriä hehtaarissa on.

Vaihe 2

Oppilaat saavat tehtäväksi suunnitella, miten monta puuta on 6,0 hehtaarin metsässä, katso kohta 1 alla. Tavoite on tehdä hyvä arvio määrästä.

Työskennellään pienryhmissä. Opettaja haastaa oppilaita kuvittelemaan itsensä seisomaan keskellä metsää... Hetken kuluttua sovitaan, että on jollain tavalla otettava näyte.

Vaihe 3

Oppilaita muistutetaan sovitusta näytteen ottamisesta ja he saavat tehtäväksi selvittää, miten se olisi paras ottaa, katso kohta 2 alla. Oppilaat ratkaisevat tehtävän pienryhmissä.

Keskustelun jälkeen, kun oppilaat ovat saaneet tehdä ehdotuksia, (testiryhmässä) päädyttiin tulokseen, että ympyrä toimisi hyvin näytteen pohjaksi. Köysi toimii säteenä. Toisessa ryhmässä ehdotus voi olla erilainen, mutta käytännössä suorat kulmat voivat olla hankalia.

Vaihe 4

Oppilaille kerrotaan, että metsähallitus suosittelee puiden määrän arviointia niin, että lasketaan puut ympyrässä, jonka säde on 4 m. He saavat tehtäväksi pohtia, miksi ympyrän säteen on oltava 4 m. Katso kohta 3 alla.

Tämä vaihe on haastava, ajatuksena on, että oppilaat huomaavat tämän ympyrän pinta-alan olevan 50 m^2 , jonka voi kertoa 200:lla ja saada yhden hehtaarin puumäärän. Keskustelu voi olla erilaista luokittain, joskus voi tarvita tönäisyn oikeaan suuntaan.

Vaihe 5

Oppilaat saavat (yksittäin) laskea puiden määrän 6,0 hehtaarin kokoisella metsäpalstalla, jossa on 13 puuta määrätynlaisessa ympyrässä. Katso kohta 4 alla.

Kommentit/kokemukset

- vaiheita on paljon erilaisia ja niiden tekeminen vie erimittaisen ajan, mutta vaiheen 5 pitäisi olla nopea
- osalle on joskus vaikeaa keksiä, mitä pitäisi tehdä

Metsä...

Nimi: _____

Millaisia kokemuksia sinulla on metsässä liikkumisesta?

Laita rasti väittämiin, jotka sopivat sinuun parhaiten.

Olen liikkunut metsässä

- ollessani kävelyllä

- juostessani metsäpolulla

Olen liikkunut metsässä

- melkein joka päivä

-vähintään kerran viikossa

- suunnistaessani
- hiihtäessäni
- poimiessani marjoja
- poimiessani sieniä
- istuttaessani puita
- kun olen _____
- vain muutaman kerran vuodessa
- vain tiettyinä vuodenaikoina
- yleensä yksin
- yleensä kavereiden kanssa
- yleensä jonkun aikuisen kanssa
- yleensä koiran kanssa

Montako puuta metsässä on? 1 Nimi: _____

Haluat tietää, montako puuta metsäpalstalla on. Puita ei voi laskea, koska palstan koko on 6,0 ha.

Suunnittele ja kuvaile, miten saisit mahdollisimman hyvän arvion metsässä olevien puiden määrästä.

Montako puuta metsässä on? 2 Nimi: _____

Haluatte tietää puiden määrän ottamalla näytteitä.

Kuvaile, miten ottaisitte näytteet.

Montako puuta metsässä on? 3 Nimi: _____

Metsähallitus ehdottaa, että puiden määrä metsässä arvioidaan laskemalla puiden määrä ympyrässä, jonka säde on 4 m.

Miksi luulisitte, että metsähallitus ehdottaa juuri ympyrää, jonka säde on 4 m?

Montako puuta metsässä on? 4 Nimi: _____

Ympyrässä, jonka säde on 4 m, on 13 puuta. Montako puuta voitte tämän perusteella arvioida, että koko 6,0 hehtaarin metsäpalstalla on?

T2 Paljonko on satanut?

Vaihe 1

Oppilaat ratkaisevat pienryhmissä tehtävän ”Miten mitataan, paljonko on satanut (1)”, katso alla. Ajatuksena on saada oppilaat keskustelemaan ongelmasta.

Vaiheen 1 jälkeen lyhyt keskustelu. On tärkeää, että mittaaminen ei ole niin helppoa kuin aluksi luulisi, etenkin pieniä sademääriä.

Vaihe 2

Oppilaat ratkaisevat pienryhmissä tehtävän ”Miten mitataan, paljonko on satanut (2)”, katso alla. Oppilaat saavat itse suunnitella sopivan tilavuusmitan, jolla voi mitata myös pieniä sademääriä.

Vaiheet 1 ja 2 tehtiin samalla oppitunnilla ja veivät vain osan tunnista. Keskustelussa vaiheen 2 jälkeen voi olla järkevää esitellä oikea sademittari.

Vaihe 3

Oppilaat tekevät seuraavan vaiheen kotitehtävänä, katso alla. Oppilaita muistutetaan sylinterin tilavuuden laskukaavasta.

Kotitehtävän (tai luokassa tehdyn ryhmätyön) läpikäyminen on tärkeää, erityisesti kirjoittaa vastaus kysymykseen paperille. On myös tärkeää kerrata tähän asti opittu, erityisesti jos jakso käydään kahdella eri oppitunnilla.

Vaihe 4

Oppilaat tekevät pienryhmissä seuraavan tehtävän (ensimmäisen kotitehtävän jälkeen). Se on vaikea, joten he saavat avuksi Vihjeitä-otsikolla varustetun paperin. Paperissa on muutamia tehtäviä. Niiden ratkaisujen avulla he keksivät kuvion.

Vaikka vihjepaperista saakin apua, ensimmäinen tehtävä kotitehtävän jälkeen ei ole helppo. Jos opettaja ei anna lisäapuja, luultavasti tulee vain muutama hyvä ehdotus.

Vaihe 5

Nyt he saavat pienryhmissä tehdä tehtävän (2) kotitehtävän jälkeen. Sen ei pitäisi olla yhtä vaativa kuin edellisen tehtävän, sillä he ovat tehneet sekä kotitehtävän että vihjeitä antaneen paperin edellisessä tehtävässä.

Vaihe 6

Tehtävä (3) kotitehtävän jälkeen voidaan jakaa esimerkiksi syventäväksi tehtäväksi oppilaille, jotka olivat nopeasti valmiita edellisessä tehtävässä.

Kommentit/kokemukset

- osa vaiheista vie paljon aikaa oppitunnilta ja jotkut vaiheet ovat erittäin haastavia
- jakson tuloksissa on todennäköisesti suurta vaihtelua
- oppilaiden on vaikea (ainakin aluksi) ymmärtää, että neliömetreillä on tärkeä rooli

Miten mitataan, paljonko on satanut?

Nimi: _____

1. Kuvaile, mitä vaikeuksia voi tulla, jos vain laittaa astian ulos ja mittaa veden syvyyden astiasta sateen päätyttyä?

Miten mitataan, paljonko on satanut?

Nimi: _____

2. Tahdot mitata, paljonko on satanut, vaikka satoi vain vähän. Millaisella astialla sademäärän saa silti mitattua?

Kotitehtävä

Kaada vettä pyöreään sylinteriin, jonka pohjan säde on 3,2 cm. Veden pinta ulottuu 9,7 cm korkeudelle. Kaada vesi pyöreään sylinteriin, jonka pohjan säde on 5,1 cm. Mille korkeudelle veden pinta ulottuu?

käytä $V = \pi r^2 \cdot h$

- V on sylinterin tilavuus
- r on pohjan säde
- h on sylinterin korkeus

Miten vesimäärän korkeus muuttuu, jos vesi kaadetaan astiasta, jonka pohjan säde on pienempi, astiaan, jonka pohjan säde on suurempi?

Käytämme sylinterinmuotoista sademittaria, joka on leveämpi ylhäältä kuin alhaalta. Silloin mittarin vesimäärä ei näytä varsinaista sadekorkeutta.

Miten tehdään asteikko, josta näkee suoraan vesimäärän todellisen korkeuden?

Nimi: _____

1. Oletetaan, että

- R on yläosan säde

- r on alaosan säde
- h on vesimäärän korkeus sademittarissa
- H olisi ollut vesimäärän korkeus, jos sylinteri olisi ollut suora ja pohjan säde olisi ollut R

Jos $\frac{R}{r} = p$, millä jaamme vesimäärän korkeuden h , että saamme

vesimäärän todellisen korkeuden H , joka tulisi sylinteristä, jonka säde on R ?

Vihjeitä

Nimi: _____

A. Sylinterissä, jonka säde on 3 cm, on vettä 8 cm:n syvyydeltä. Mihin korkeuteen vedenpinta nousee, jos kaadamme veden sylinteriin, jonka säde on 6 cm?

B. Sylinterissä, jonka säde on 4 cm, on vettä 18 cm:n syvyydeltä. Mihin korkeuteen vedenpinta nousee, jos kaadamme veden sylinteriin, jonka säde on 12 cm?

C. Sylinterissä, jonka säde on 1 cm, on vettä 10 cm:n syvyydeltä. Mihin korkeuteen vedenpinta nousee, jos kaadamme veden sylinteriin, jonka säde on 1,4 cm?

- R on yläosan säde ja r on alaosan säde
- h on vesimäärän korkeus sademittarissa ja H olisi vesimäärän korkeus, jos sylinteri olisi suora ja pohjan säde olisi R

Mikä yhteys on $\frac{R}{r}$:n ja $\frac{h}{H}$:n välillä?

Millä jaamme $h:n$, että saamme $H:n \frac{R}{r} = p$:stä?

Käytämme sylinterinmuotoista sademittaria, joka on leveämpi ylhäältä kuin alhaalta. Silloin mittarin vesimäärä ei näytä varsinaista sadekorkeutta.

Miten tehdään asteikko, josta näkee suoraan vesimäärän todellisen korkeuden?

Nimi: _____

2. Sademittarin yläreunan halkaisija on 7 cm ja alareunan halkaisija on 4 cm. Montako millimetriä on satanut todellisuudessa, jos sademäärä sademittarin alaosassa ulottuu 24 millimetrin korkeudelle?

Tahdomme käyttää sylinterinmuotoista sademittaria, joka on leveämpi ylhäältä kuin alhaalta. Miten tehdään asteikko, josta näkee suoraan sademäärän todellisen korkeuden?

Nimi: _____

3. Mitkä säteet valitset ala- ja yläosaan, jos teet sademittarin? Miksi?

Miten teet asteikon, josta näkee suoraan sademäärän todellisen korkeuden?

T3 Montako ihmistä istuu ruuhkassa?

Vaihe 1

Aihetta pitää hieman alustaa. Nyt voi mahdollisesti kertoa Fermi-ongelmasta. Oppilaat ratkaisevat tehtävän ”Erilaisia ajoneuvoja”, katso alla. Oppilaat jaetaan pienryhmiin.

Tehtävän läpikäynti yhdessä opettajan kanssa. Eri ryhmät ovat ehkä ehdottaneet erilaisia ajoneuvoja, mutta kannattaa sopia, että kaikki ryhmät käyttävät jatkossa samoja ajoneuvotyyppjä. Näin tulosten vertaileminen on helpompaa.

Vaihe 2

Oppilaat ratkaisevat pienryhmissä tehtävän ”Arviot”, katso alla. Voitte tehdä taulukon, jossa ovat sovitut ajoneuvotyyppit. Taulukossa on tyhjiä sarakkeita ajoneuvon pituudelle ja henkilömäärille ajoneuvoissa.

Tehtävän läpikäynti. Eri ryhmillä voi olla eri arvioita, joilla he jatkavat.
Voitte sopia keskiarvon käyttämisestä yhden desimaalin tarkkuudella esimerkiksi henkilöautossa olevien henkilöiden määrästä.
Jonossa olevien ajoneuvojen välillä on oltava myös väli!

Vaihe 3

Oppilaat ratkaisevat aiemmissa ryhmissään tehtävän ”Laskelmia”, katso alla.
On tärkeää, että kaikkien ajoneuvojen pituudet vastaavat autojonon pituutta.

Tehtävän läpikäynti.

Vaihe 4

Vastaavan mutta helpomman tehtävän ratkaisu yksittäin tai mahdollisesti seuranta seuraavassa kokeessa.

Kommentit/kokemukset

- kahden ensimmäisen vaiheen ei saisi viedä liian pitkää aikaa, käytettävissä noin 10–20 minuuttia?
- on hyvä, jos vaiheita 1 ja 2 ei tehdä samalla oppitunnilla, ehtii esimerkiksi tehdä taulukon jaettavaksi
- tämä tehtävä vie hieman enemmän aikaa, mielenkiintoista nähdä, miten eri arviot vaikuttavat tulokseen
- oppilaat eivät ole tottuneet tekemään niin paljon arvioita
- huomaa, että moottoripyörä on tässä yhteydessä erityinen ajoneuvo!

MONTAKO IHMISTÄ ISTUU RUUHKASSA?

ERILAISIA AJONEUVOJA

Nimi: _____

Teollisuusmaissa suurilla teillä on monella kaistalla paikallaan seisovia ruuhkia.

Tehtävänne on laskea, montako ihmistä istuu viiden kilometrin pituisessa ruuhkassa.
Moottoritiellä on kolme kaistaa. Laskelma tehdään kolmessa vaiheessa.

VAIHE 1 Millaisia erilaisia ajoneuvoja moottoritiellä voisi olla?

Vähintään viisi erilaista pitäisi olla helppo keksiä...

MONTAKO IHMISTÄ ISTUU RUUHKASSA?

ARVIOT

Nimi: _____

Teollisuusmaissa suurilla teillä on monella kaistalla paikallaan seisovia ruuhkia.

Tehtävänne on laskea, montako ihmistä istuu viiden kilometrin pituisessa ruuhkassa.

Moottoritiellä on kolme kaistaa. Laskelma tehdään kolmessa vaiheessa.

VAIHE 2 Täytä taulukkoon arviot a) erilaisten ajoneuvojen pituuksista ja b) ihmisten määrästä näissä ajoneuvoissa. (Keskiarvo yhden desimaalin tarkkuudella riittää!)

Ajoneuvotyyppi	Ajoneuvon pituus	Henkilöitä

HUOMAUTUS Ota kuva taulukosta sen valmistuttua vaihetta 3 varten!

MONTAKO IHMISTÄ ISTUU RUUHKASSA?

LASKELMAT

Nimi: _____

Teollisuusmaissa suurilla teillä on monella kaistalla paikallaan seisovia ruuhkia.

Tehtävänne on laskea, montako ihmistä istuu viiden kilometrin pituisessa ruuhkassa. Moottoritieellä on kolme kaistaa. Laskelma tehdään kolmessa vaiheessa.

VAIHE 3 Arvioi, montako erityyppistä ajoneuvoa ruuhkassa jonottaa niin, että arvio vastaa autojonon kokonaispituutta. Laske sitten, montako henkilöä ruuhkassa on.

Ajoneuvotyyppi	Tällaisten ajoneuvojen määrä	Ajoneuvon pituus	Henkilöitä

Vastaus: Ruuhkassa istuvien ihmisten määrä on _____